

AValiação EXPERIMENTAL DE PROJETO DE CONTROLADOR ROBUSTO VIA ANÁLISE INTERVALAR APLICADO A UM CONVERSOR DE POTÊNCIA CC-CC *BUCK*

Renan L. P. Medeiros¹, Duaymy B. R. Góes², Florindo A. C. Ayres Jr.¹, Walter Barra Jr.², Cleonor C. das Neves³, Erick M. Rocha²

¹Universidade Federal do Amazonas, Manaus – AM, Brasil

²Universidade Federal do Pará, Belém – PA, Brasil

³Instituto Federal do Amazonas, Manaus – AM, Brasil

e-mail: renanlandau@ufam.edu.br, duaymy@gmail.com, walbarra@ufpa.br, florindoayres@ufam.edu.br, cleonor@ifam.edu.br, erickmr22@yahoo.com.br

Resumo – Neste trabalho é apresentada uma metodologia de projeto de controladores robusto com estrutura PI/PID, em seguida é realizada uma avaliação experimental aplicada a um conversor de potência CC-CC do tipo *Buck*. A estratégia de projeto de controladores é baseada em análise intervalar, considerando a variação de parâmetros do sistema, dentro de uma determinada região de incertezas. Tais incertezas podem ser decorrentes de erros de modelagem, variações no ponto de operação do sistema ou variações nos valores dos componentes do sistema. O projeto do controlador é baseado em uma extensão intervalar da técnica de alocação de polos, seu desempenho foi avaliado experimentalmente, submetendo-se o sistema a variações do ponto de operação, em decorrência de variações dos parâmetros do conversor *Buck*. Os resultados experimentais demonstraram que a metodologia robusta proposta obteve um desempenho superior a metodologia clássica, quando o sistema é submetido a variações paramétricas, dentro da região de incertezas previamente definida pelo projetista.

Palavras-chave – Análise Intervalar de Incertezas Paramétricas, Controlador PI/PID Digital, Controlador Robusto, Conversores CC-CC *Buck*, Incertezas Paramétricas.

EXPERIMENTAL ASSESSMENT OF A ROBUST CONTROLLER DESIGN VIA INTERVAL ANALYSIS APPLIED TO A DC-DC BUCK CONVERTER

Abstract – In this paper a robust control methodology for design PI/PID controllers and its subsequent experimental assessment in a DC-DC Buck converter system is proposed. The robust methodology is based on the interval analysis theory, by considering a variation of the system parameters inside the specified uncertainties region. Such class of uncertainties may occur due many causes, including modeling error, design operational point deviation, and variations on the values of the

elements of the system. The design of robust controller is based on an interval pole placement technique.

Furthermore, the performance is experimentally evaluated by submitting the system to variations on the operational point. This has been done by performing physical variations on the system parameters. The experimental results show that the proposed methodology outperforms the classical pole placement methodology, when the system is submitted to parametric uncertainties.

Keywords – DC-DC Step-down Converter, Interval Analysis of the Parametric Uncertainties, Parametric Uncertainties, PI/PID Digital Controller, Robust Control.

NOMENCLATURA

A	Matriz de combinação dos limites dos intervalos.
C	Capacitância de filtro.
$f(k)$	Função objetivo.
k	Vetor dos parâmetros do controlador.
L	Indutância de filtro.
m	Ordem do polinômio característico desejado.
n	Ordem da planta.
P_{mf}	Polinômio característico em malha fechada.
R	Resistência de carga.
r	Ordem do controlador.
t_{inf}	Vetor de limites inferiores dos coeficientes do polinômio desejado.
t_{sup}	Vetor de limites superiores dos coeficientes do polinômio desejado.
Δ	Região de incertezas.

I. INTRODUÇÃO

Os conversores de potência CC-CC do tipo *Buck* estão presentes em uma série de aplicações que necessitam de redução no nível de tensão contínua, como o acionamento de motores CC, alimentação de sistemas computacionais e a energização de equipamentos portáteis [1]. Tais dispositivos operam com base na comutação de chaves estáticas e, por

isso, apresentam características intrinsecamente não lineares e variantes no tempo. Isso tem motivado a realização de diversas pesquisas visando obter melhorias no desempenho operacional dessa classe de conversores.

Nos trabalhos de [2]-[5] são investigados a aplicação de uma estratégia de controle do tipo *sliding-mode* aplicado em conversores de potência CC-CC *Buck*. Em [6] é investigado a aplicação de controle hierárquico na operação de um *smooth starter* para acionamento de um motor CC. Em [7], propõe-se a aplicação de um controlador LQR - H_∞ (*Linear Quadratic Regulator*) para a realização do controle de tensão do conversor, admitindo variações no valor de tensão de alimentação do conversor. Em [2] é investigada uma estratégia de controle LQR/LTR (*Loop Transfer Recovery*)/ H_∞ , projetado via *loop-shaping* e aplicado a um conversor com topologia *Buck-Boost*, neste trabalho foi investigado a robustez do controlador por meio da aplicação de perturbações no valor da entrada do conversor, verificou-se que o controlador conseguiu atender às especificações de projeto. Em [8] foi desenvolvido uma investigação em um conversor CC-CC do tipo *Buck*, utilizando uma estratégia de controle LQR, objetivando promover a rejeição de distúrbios. O estudo abrangeu uma breve análise acerca da variação de carga decorrente da variação de corrente consumida pela saída.

Em [9] foi desenvolvida uma análise robusta de um conversor CC/CC do tipo *Buck*, quando este sofre múltiplas variações paramétricas, para tal foi utilizado o método μ . O estudo é realizado a partir de resultados simulados e práticos, além da avaliação das margens e estabilidade do conversor *Buck*, quando o mesmo está sujeito a variações de resistência da linha, temperatura e incertezas no modelo do sistema.

Em [10] uma nova metodologia robusta de projeto de controle descentralizado multivariável aplicado em um conversor CC/CC do tipo SIMO (*Single Inductor Multiple Output*), tal topologia possui um único elemento indutivo e duas saídas. O estudo foi validado através de experimentos simulados e práticos realizados em um protótipo desenvolvido em escala reduzida com componentes discretos. Os experimentos realizados tiveram o intuito de investigar o desempenho dos controladores quando o sistema é submetido a variações paramétricas das cargas e da tensão de alimentação do conversor SIMO.

Em [11] é desenvolvido o estudo de uma técnica de sintonia de controlador robusto utilizando uma estratégia de controle baseada na linearização de entrada e saída (IOL) para o rastreamento do ponto de máxima transferência de potência (MPPT) em um conversor CC/CC aplicado em um sistema fotovoltaico, possuindo também, aplicações em micro redes CC, veículos solares, ou sistemas isolados. O estudo abrangeu uma avaliação da técnica apresentada a partir da validação do controlador inserido ao sistema, em malha fechada em condições de mudanças abruptas na irradiância solar, mudanças no ponto de operação, incertezas paramétricas e variações de carga no barramento CC.

O uso da análise robusta no desenvolvimento de projeto de controle de sistemas sujeitos a incertezas paramétricas intervalares é alvo de uma série de estudos recentes [9],[10], objetivando tratar incertezas paramétricas contidas no modelo, bem como garantir a operação robusta do sistema

frente a incertezas paramétricas. Em [12] é investigado uma estratégia de controle robusta aplicada a um Estabilizador de Sistema Elétrico de Potência (ESP) aplicado a um sistema microgerador de 10 kVA. Em [12] foi desenvolvido uma abordagem robusta intervalar, de modo que o projeto de controladores são implementados objetivando posicionar os polos do sistema em malha fechada, dentro de uma faixa de especificações previamente definida pelo projetista, sendo deste modo os parâmetros do controlador uma faixa de valores, adotou-se como solução para aplicação do controlador o valor central da faixa de valores dos parâmetros do controlador [13], [14].

Com base nas referências supramencionadas, é possível observar que ainda existe uma considerável lacuna referente à avaliação experimental de técnicas de controle robusto, considerando incertezas paramétricas aplicadas ao conversor CC-CC *Buck*. Este trabalho propõe a realização de uma avaliação experimental de uma metodologia de projeto de controle robusto aplicada a um conversor de potência CC-CC do tipo *Buck*, quando a planta é submetida a variações paramétricas dos componentes do sistema, para esta investigação tais incertezas paramétricas são consideradas afins. Para a realização do projeto do controlador será considerada uma região de incertezas, decorrentes das incertezas dos componentes da planta, de modo que tal controlador seja aplicado ao conversor *Buck*. A metodologia utilizada para a realização do projeto do controlador é baseada em [13].

II. MODELO MATEMÁTICO DO CONVERSOR CC-CC *BUCK*

Esta secção visa apresentar brevemente algumas características operacionais do conversor CC-CC *Buck*. A Figura 1 apresenta o diagrama de blocos de um conversor CC - CC *Buck*. O controle da tensão de saída aplicada à carga R do conversor é realizado por um sinal modulado em largura de pulso (PWM) aplicado no controle de condução/bloqueio da chave estática Q [15], [16].

Para fins da análise experimental desenvolvida neste trabalho, optou-se pela operação do conversor em modo de condução contínua (MCC), onde o valor da corrente no indutor (L) não se extingue ao fim de cada ciclo de comutação de Q , foi selecionado o MCC devido à necessidade de fornecimento contínuo de corrente para a carga. Neste caso, organizando-se o conjunto de equações diferenciais do sistema, obtém-se a seguinte relação:

$$\frac{V_C(s)}{D(s)} = \frac{\left(\frac{V_S}{LC}\right)}{s^2 + \left(\frac{1}{RC}\right)s + \left(\frac{1}{LC}\right)}. \quad (1)$$

III. PROJETO DE CONTROLE ROBUSTO INTERVALAR

O projeto de controle robusto intervalar desenvolvido neste estudo tem como principal objetivo, considerar uma família de plantas incertas, onde as incertezas estejam relacionadas aos parâmetros do sistema. Tal projeto de controlador objetiva garantir a estabilidade robusta e o

desempenho robusto do sistema, quando este for submetido a uma variação paramétrica, dentro da região de incertezas, a qual o controlador foi projetado, tal metodologia foi baseada em [13].

No que se refere à análise de desempenho do sistema, é fundamental considerar a existência de incertezas paramétricas associadas ao modelo matemático. Tais incertezas podem ser decorrentes do uso de técnicas de linearização ou de incertezas nos componentes do conversor, de forma que o conversor possa operar nas vizinhanças do ponto de operação. Além disto, os procedimentos de modelagem por vezes desprezam os efeitos de polos de pouca dominância [13], [14], [17].

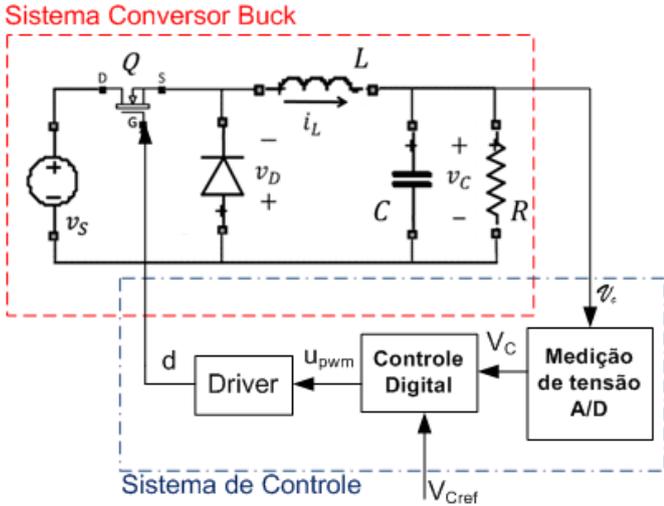


Fig. 1. Configuração típica de um conversor CC-CC Buck, incluindo o controle de tensão na carga.

A. Equação Diofantina Intervalar

Fundamentalmente, a alocação de polos consiste na determinação de um controlador, via realimentação da saída, de modo que o denominador da função de transferência em malha fechada seja equivalente a um polinômio desejado especificado pelo projetista. Tal igualdade recebe o nome de Equação Diofantina [18], [19].

Na abordagem intervalar, a representação da planta é feita por meio do uso de função de transferência, tal como:

$$[G(s)] = \frac{[b_1]s^{n-1} + \dots + [b_{n-1}]s + [b_n]}{s^n + [a_1]s^{n-1} + \dots + [a_{n-1}]s + [a_n]} \quad (2)$$

na qual os parâmetros com incertezas são modelados através de intervalos, onde seus reais valores estão certamente contidos, definidos como: $[a_i] = [a_i^-, a_i^+]$, $[b_i] = [b_i^-, b_i^+]$ com $a_i^-, a_i^+, b_i^-, b_i^+ \in \mathfrak{R}, i = 1, \dots, n$.

Já a especificação da dinâmica desejada é definida por meio do polinômio intervalar, como apresentado em:

$$[T(s)] = s^m + [t_1]s^{m-1} + \dots + [t_{m-1}]s + [t_m] \quad (3)$$

onde, $[t_i] = [t_i^-, t_i^+]$, $t_i^-, t_i^+ \in \mathfrak{R}, i = 1, \dots, m$.

Este polinômio por sua vez é definido conforme a dinâmica desejada em malha fechada especificada pelo projetista.

Sendo o controlador com parâmetros fixos, no seguinte formato:

$$C(s) = \frac{x_0 s^r + x_1 s^{r-1} + \dots + x_{r-1} s + x_r}{s^r + y_1 s^{r-1} + \dots + y_{r-1} s + y_r} \quad (4)$$

o polinômio característico do denominador do sistema em malha fechada comparado com (3) resulta em:

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} [b_1] & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ [b_2] & [b_1] & \dots & \dots & 0 & [a_1] & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & [a_1] & \ddots & \vdots & \vdots \\ [b_{n-1}] & [b_{n-2}] & \dots & [b_1] & 0 & [a_{n-1}] & \dots & \dots & 1 & 0 \\ [b_n] & [b_{n-1}] & \dots & [b_2] & [b_1] & [a_n] & [a_{n-1}] & \dots & [a_1] & 1 \\ 0 & [b_n] & \dots & [b_2] & [b_1] & 0 & [a_n] & \dots & [a_1] & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \dots & [b_n] & [b_{n-1}] & \vdots & \vdots & \dots & [a_n] & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & [b_n] & 0 & \vdots & \dots & [a_n] & [a_{n-1}] \\ 0 & 0 & \dots & 0 & [b_n] & 0 & 0 & \dots & 0 & [a_n] \end{array} \right) \begin{array}{c} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{r-1} \\ x_r \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{r-1} \\ y_r \end{array} = \begin{array}{c} [t_1] - [a_1] \\ [t_2] - [a_2] \\ \vdots \\ [t_n] - [a_n] \\ [t_{n+1}] \\ \vdots \\ [t_m] \end{array} \quad (5)$$

o qual corresponde à equação Diofantina intervalar em sua forma matricial [18], [19].

B. Sintonia do Controlador via Programação Linear

Objetivando constituir uma solução factível de (5), ou seja, um valor fixo para o vetor de parâmetros do controlador $\mathbf{k} = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_r \ | \ y_1 \ \dots \ y_r]^T$, no interior da região de factibilidade. Deste modo, o problema é reescrito em um problema de otimização via programação linear [13], com a estrutura geral descrita em:

$$\mathbf{k} = \arg(\min f(\mathbf{k})) \quad (6)$$

$$s.a. \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\text{sup}} \\ -\mathbf{A}_{\text{inf}} \end{pmatrix} \mathbf{k} \leq \begin{pmatrix} \mathbf{t}_{\text{sup}} \\ -\mathbf{t}_{\text{inf}} \end{pmatrix}$$

onde as matrizes \mathbf{A}_{sup} e \mathbf{A}_{inf} , bem como os vetores \mathbf{t}_{sup} e \mathbf{t}_{inf} , são formados pelos limites superiores e inferiores dos respectivos parâmetros intervalares, como apresenta as relações seguintes. Considera-se para este problema de otimização a seguinte função custo $f(\mathbf{k}) = \sum_n \mathbf{k}_n$ [13].

$$\mathbf{A}_{\text{sup}} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} b_1^+ & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_2^+ & b_1^+ & \dots & \dots & 0 & a_1^+ & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & a_1^+ & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{n-1}^+ & b_{n-2}^+ & \dots & b_1^+ & 0 & a_{n-1}^+ & \dots & \dots & 1 & 0 \\ b_n^+ & b_{n-1}^+ & \dots & b_2^+ & b_1^+ & a_n^+ & a_{n-1}^+ & \dots & a_1^+ & 1 \\ 0 & b_n^+ & \dots & [b_2] & [b_1] & 0 & a_n^+ & \dots & a_1^+ & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \dots & b_{n-1}^+ & \vdots & \vdots & 0 & \dots & a_{n-1}^+ & \vdots \\ 0 & \vdots & \dots & b_n^+ & b_{n-1}^+ & 0 & \vdots & \dots & a_n^+ & a_{n-1}^+ \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_n^+ & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n^+ \end{array} \right) \quad (7)$$

$$\mathbf{A}_{\text{inf}} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} b_1^- & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ b_2^- & b_1^- & \ddots & \vdots & 0 & a_1^- & 1 & \ddots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & b_2^- & \ddots & 0 & \vdots & a_1^- & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_{n-1}^- & \vdots & \ddots & b_1^- & 0 & a_{n-1}^- & \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ b_n^- & b_{n-1}^- & \ddots & b_2^- & b_1^- & a_n^- & a_{n-1}^- & \ddots & a_1^- & 1 \\ 0 & b_n^- & \ddots & \vdots & b_2^- & 0 & a_n^- & \ddots & \vdots & a_1^- \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & b_{n-1}^- & \vdots & 0 & \ddots & a_{n-1}^- & \vdots \\ 0 & \vdots & \ddots & b_n^- & b_{n-1}^- & 0 & \vdots & \ddots & a_n^- & a_{n-1}^- \\ 0 & 0 & \dots & 0 & b_n^- & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n^- \end{array} \right) \quad (8)$$

$$\mathbf{t}_{\text{sup}} = \begin{pmatrix} t_1^+ - a_1^- \\ t_2^+ - a_2^- \\ \vdots \\ t_n^+ - a_n^- \\ t_{n+1}^+ \\ \vdots \\ t_m^+ \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{t}_{\text{inf}} = \begin{pmatrix} t_1^- - a_1^+ \\ t_2^- - a_2^+ \\ \vdots \\ t_n^- - a_n^+ \\ t_{n+1}^- \\ \vdots \\ t_m^- \end{pmatrix} \quad (10)$$

Vale notar que os parâmetros para a obtenção das matrizes \mathbf{A}_{sup} e \mathbf{A}_{inf} , advêm dos parâmetros intervalares da própria planta, como pode ser visto em (2). A Figura 2 apresenta um fluxograma que descreve a metodologia proposta para a realização do projeto do controlador robusto, considerando uma variação paramétrica intervalar da planta em análise.

A Figura 2, primeiramente apresenta um determinado modelo matemático em função de transferência selecionado, em seguida, o projetista define uma determinada região de incertezas do tipo afim, que descreve um *hyperbox* no espaço de parâmetros, tais incertezas de forma experimental podem ser selecionadas sendo as tolerâncias dos componentes que compõe o sistema, em seguida, define-se o polinômio característico intervalar do sistema em malha fechada na presença do controlador. Após esta etapa, o projetista com base nas especificações de desempenho desejadas, obtém o polinômio intervalar de malha fechada desejado, deste modo pode-se comparar o polinômio intervalar característico em malha fechada, com o polinômio intervalar desejado, reescrevendo o problema conforme apresentado em (5). Em seguida, utiliza-se este conjunto de inequações obtidos reescrevendo-as como um conjunto de restrições de um problema de otimização linear, conforme apresentado em (6). Em seguida, verifica-se se a solução do problema de otimização, obtida é factível dentro do politopo definido pelo conjunto de inequações, caso tal solução não seja factível, realiza-se um relaxamento das condições de desempenho desejadas, o que altera o valor dos parâmetros do polinômio desejado $T(s)$ (vide (3)), em seguida, verifica-se a factibilidade da solução para esta nova região.

IV. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A. Ambiente Experimental

A avaliação prática da estratégia de controle apresentada foi realizada em uma bancada experimental desenvolvida no Laboratório de Controle de Sistemas de Potência da Universidade Federal do Pará (LACSPOT - UFPA). A Figura 3 apresenta um diagrama funcional com os principais estágios construtivos do protótipo desenvolvido.

No projeto do conversor, foram estabelecidas as seguintes condições para operação do sistema: frequência de chaveamento de 1 kHz; frequência de amostragem de 1 kHz; tensão de entrada de 15V; saída limitada de 12V e 3A; operação em MCC para a condição limite ($d = 0$); *ripple* de tensão na carga de até 5%. A Tabela I apresenta os parâmetros e especificações dos componentes utilizados para o desenvolvimento do protótipo do conversor.

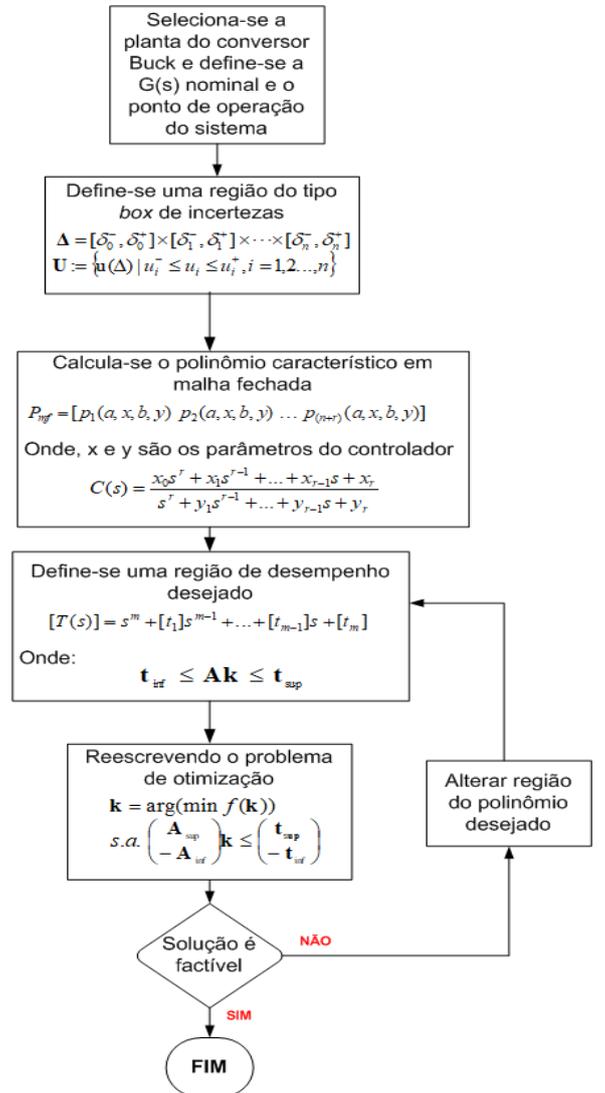


Fig. 2. Fluxograma do método proposto para o projeto de controlador robusto.

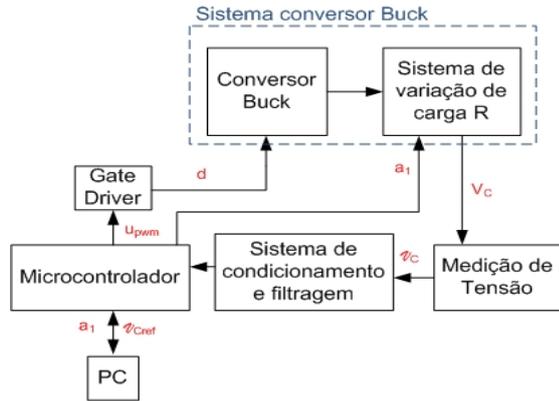


Fig. 3. Diagrama funcional do ambiente desenvolvido para avaliação experimental.

TABELA I
Parâmetros Nominais do Conversor Buck Utilizado

Valores Nominais	Uni.	Valor
Tensão de alimentação	V	15
Frequência de Chaveamento	Hz	1000
Indutância	mH	2
Capacitância	μF	2000
Resistência de Carga	Ω	4
Frequência de Amostragem	Hz	1000

A implementação da malha de controle do sistema utilizou um microcontrolador de 8-bits modelo *ATmega328P* sendo considerado o uso de ponto flutuante via *software*. Em sua programação, foi elaborado um sistema sequencial, baseado em máquinas de estados, com rotinas para leitura analógica, amostragem e para o cálculo do sinal de controle, em cada intervalo de amostragem. Para realização de testes, foi desenvolvido uma plataforma de comando e monitoramento, constituído de um *laptop*, com sua porta USB conectada à placa de desenvolvimento, executando uma Interface Homem-Máquina (IHM), desenvolvida em ambiente *LabView*.

B. Sintonia dos Controladores PID

No caso do projeto baseado no método clássico, a função de transferência nominal para a planta composta pelo conversor *Buck* foi obtida calculando-se os coeficientes da função de transferência do conversor (1), através da substituição dos valores dos parâmetros fornecidos na Tabela I, resultando em:

$$G(s) = \frac{3,75 \times 10^6}{s^2 + 125s + 2,5 \times 10^5}. \quad (11)$$

O polinômio característico desejado para o sistema em malha fechada, $T(s)$, é apresentado em:

$$T(s) = (s + 50)(s^2 + 100s + 250000). \quad (12)$$

Os coeficientes de $T(s)$ foram obtidos por meio das seguintes especificações de projeto, sobressinal máximo inferior a 10% e um tempo de acomodação inferior a 0,1 segundos para operação do sistema em malha fechada. Esses requisitos podem ser diretamente transladados em valores

desejados para ζ (amortecimento relativo) e ω_n (frequência angular natural) dos polos dominantes de malha fechada, deve-se salientar que a escolha do polo auxiliar interfere diretamente na resposta dinâmica do sistema, de modo que sua escolha inadequada pode comprometer os valores de desempenho especificados pelo projetista, os valores dos polos desejados são apresentados na Tabela II.

TABELA II
Especificações dos Polos de Malha Fechada

Polos	Coefficiente de amortecimento	Frequência Natural (rad/s)
Polo 1	1	50
Polo 2	0,1	500
Polo 3	0,1	500

Considerando-se uma estrutura do tipo PID acadêmico (ou seja, uma estrutura PID sem ação de filtragem no termo derivativo), o método clássico de sintonia via alocação de polos apresentado em [20], obtendo-se o controlador descrito em:

$$C(s) = \frac{(6,67 \times 10^{-6})s^2 + (1,33 \times 10^{-3})s + 3,33}{s}. \quad (13)$$

Para a abordagem intervalar, o conversor foi modelado conforme a função de transferência apresentada em (11), em seguida incluiu-se a região de incertezas paramétricas e obteve-se:

$$[G(s)] = \frac{[2,78; 5,10] \times 10^6}{s^2 + [90,9; 185,2]s + [2,06; 3,09] \times 10^5}. \quad (14)$$

Para especificar a região de incertezas, supôs-se que existe uma incerteza de $\pm 10\%$ em torno dos valores nominais dos parâmetros de indutância e capacitância do conversor *Buck*, tal variação normalmente é adotada como a tolerância para estes componentes. Para o parâmetro V_s , consideraram-se flutuações no valor eficaz da tensão da rede elétrica, em torno de 10% de seu valor nominal, este valor de variação usualmente advém da confiabilidade da fonte CC regulada adotada, ao fornecer um nível de tensão CC quando conectado carga na fonte de tensão. Finalmente, para o valor da resistência de carga, R, foi considerada uma variação de $\pm 25\%$ em relação ao valor nominal da resistência de carga.

Em seguida, foram calculado os coeficientes do polinômio intervalar desejado, de tal forma que:

$$[T(s)] = s^3 + [150; 315]s^2 + ([2,55; 3,78] \times 10^5)s + [1,25; 2,70] \times 10^7 \quad (15)$$

sendo que para realizar tal cálculo utilizou-se as seguintes especificações de projeto $\zeta = [0,1; 0,2]$ e $\omega_n = [500; 600]$, tais valores são apresentados na Tabela III. As regiões que contêm os polos de malha fechada foram definidas, de modo a garantir um desempenho condizente ao estabelecido pela Tabela II.

A partir de (14) e (15), adotando uma estrutura fixa do tipo PID acadêmico, como apresentado em (13), e aplicando-se o método descrito na Seção III, o cálculo dos parâmetros do PID foi definido por meio de um problema de otimização

linear, cuja função objetivo considerada para este estudo é a soma dos parâmetros do controlador. Essa escolha, para a função objetivo, tem o intuito de minimizar o esforço de controle, conforme sugerido em [13]. A resolução do referido problema, forneceu como solução os parâmetros do controlador PID robusto apresentado em:

$$C(s) = \frac{(2,12 \times 10^{-5})s^2 + (1,36 \times 10^{-2})s + 4,48}{s} \quad (16)$$

TABELA III

Intervalos de Especificações dos Polos de Malha Fechada

Polos	Coefficiente de amortecimento	Frequência Natural (rad/s)
Polo 1	1	[50; 75]
Polo 2	[0,1; 0,2]	[500; 600]
Polo 3	[0,1; 0,2]	[500; 600]

O mesmo procedimento pode ser utilizado para obter os valores dos parâmetros para a estrutura PI, fazendo uso tanto da metodologia clássica, quanto da metodologia proposta neste trabalho, para a estrutura de controle PI, deve-se considerar k_d igual a zero. A Tabela IV apresenta os valores dos ganhos dos controladores para as estruturas PI e PID.

TABELA IV

Parâmetros de Sintonia do Controlador

Estrutura	Par.	Análise Clássica	Análise Intervalar
Proporcional-Integral (PI)	k_p	0,0133	0,0136
	k_i	3,33	4,48
Proporcional-Integral-Derivativa (PID)	k_p	0,0133	0,0136
	k_i	3,33	4,48
	k_d	$6,67 \times 10^{-6}$	$2,12 \times 10^{-5}$

Objetivando avaliar a estabilidade robusta do controlador projetado, um total de 27 modelos da planta (vide (1)), obtidos por meio da combinação dos parâmetros V_s , L , C , e R , selecionados dentro dos seguintes conjuntos discretos (contidos no *hiperbox* das incertezas): $V_s \in \{13,5; 15; 16,5\}$, $V, L \in \{1,8; 2; 2,2\}mH$, $R \in \{3; 4; 5\}\Omega$ e $C \in \{1,8; 2; 2,2\}mF$. Utilizando-se todas as 27 combinações dos conjuntos supramencionados, foram obtidos 27 modelos. Para cada modelo a correspondente função de transferência de malha aberta foi calculada. Na Figura 4 apresentam-se os correspondentes diagramas de Nyquist, levando em conta todas as 27 combinações. Pode-se observar que os diagramas de Nyquist para todas as combinações, não enlaçam o ponto de instabilidade (-1,0). Dessa forma, o controlador projetado é robustamente estável para a classe de incertezas paramétricas consideradas.

Com o intuito de avaliar se os polos em malha fechada da planta na presença do controlador robusto e clássico encontram-se dentro da região desejada de desempenho, quando esta é submetida a uma família de incertezas previamente definidas, constitui-se o lugar das raízes. Para tal, na Figura 5 apresenta-se o lugar das raízes do sistema em malha fechada com o controlador robusto PI e PID.

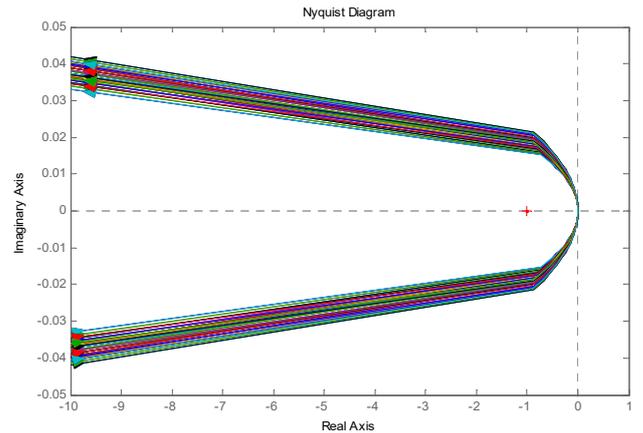


Fig. 4. Diagramas de Nyquist para um conjunto de 27 funções de transferência, correspondendo ao controlador robusto e 27 modelos da planta originados pelas combinações dos parâmetros V_s , L , C e R .

Verifica-se na Figura 5, que os polos em malha fechada com o controlador clássico e robusto PI, para determinados valores da família de incertezas alocam os polos fora da região de desempenho delimitada (vide (14)). Tal fato ocorre em decorrência de que nem todos os polos do sistema são alocados devido ao grau de liberdade fornecido pela estrutura de controle PI. Nota-se que para determinados valores de incerteza as raízes do polinômio característico do controlador clássico PI encontram-se no Semi Plano Direito (SPD), o que descreve uma condição de instabilidade. Vale ressaltar que os polos em malha fechada da planta com o uso do controlador de estrutura PID robusto, encontram-se todos contidos na região de desempenho desejada, ratificando a eficiência da técnica investigada quando submetido a uma variação paramétrica, enquanto que para o controlador PID clássico apresentam algumas raízes fora da região de desempenho delimitada apresentando uma pequena perda de eficiência da resposta dinâmica em malha fechada.

Para maior flexibilidade da estrutura do controlador, optou-se pela implementação digital. Dessa forma, foi efetuada a determinação de seus equivalentes discretos, através do Método de Tustin [21], sendo escolhido um período de amostragem de 1 ms, em conformidade com o critério de largura de banda [21]. Vale ressaltar que uma seleção inadequada do período de amostragem, no processo de obtenção do equivalente discreto do controlador, poderá comprometer diretamente o desempenho e a estabilidade do sistema. Para cada caso, foram calculadas as correspondentes funções de transferência:

$$C_{PI}(z) = \frac{h_1 z + h_2}{z - 1} \quad (17)$$

$$C_{PID}(z) = \frac{w_1 z^2 + w_2 z + w_3}{z^2 - 1} \quad (18)$$

que representam, respectivamente, as estruturas PI e PID em sua forma discreta. A inclusão do controlador PI foi realizada objetivando avaliar a abordagem intervalar, sem levar em consideração os efeitos práticos prejudiciais da implementação da componente derivativa. A Tabela V

apresenta os parâmetros obtidos do equivalente discreto dos controladores.

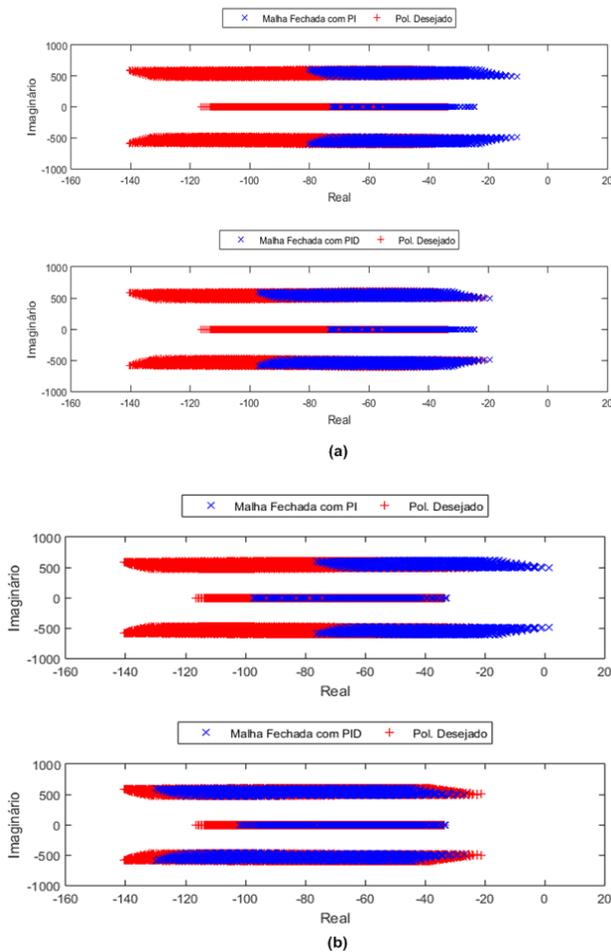


Fig. 5. Lugar das raízes na presença do controlador robusto PI e PID, quando a planta está sob ação das incertezas paramétricas. (a) Metodologia de alocação de polos clássica. (b) Metodologia robusta.

TABELA V
Parâmetros de Sintonia do Controlador Digital
($T_s=0,001$ segundos)

Estrutura	Par.	Método Clássico	Método Intervalar
PI	h_1	0,003	0,0158
	h_2	-0,0003	-0,0114
PID	w_1	0,0163	0,0582
	w_2	-0,0234	-0,0803
	w_3	0,0137	0,0310

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta secção serão apresentados os resultados dos testes experimentais realizados em um sistema conversor CC-CC *Buck*, como apresenta a Figura 6. A chave de potencia foi implementada através de um IGBT (IRGB 1560KD).



Fig. 6. Placa do conversor CC-CC do tipo Buck desenvolvido.

A. Teste de Mudança de Setpoint para a Estrutura PI

Para a realização do primeiro teste, inicialmente realizou-se uma mudança de *setpoint* de $1V$ na referência de tensão a cada 4 segundos, inicialmente crescente até $5V$, em seguida proporcionou-se uma variação decrescente de mesma amplitude e de mesmo período. Tal experimento foi realizado para cargas de 3Ω , 4Ω e 5Ω , na presença dos controladores em análise neste estudo. A Figura 7 apresenta a tensão do capacitor, o erro da saída e o ciclo de trabalho, inicialmente na presença do controlador PI projetado pelo método clássico de alocação de polos, em seguida pelo método proposto.

Verifica-se na Figura 7, que ambos os controladores conseguem atender as especificações desejadas, entretanto o controlador projetado pelo método robusto proposto apresenta a menor amplitude de variação da tensão, verificou-se também que a resposta do controlador robusto proposto é mais rápida em comparação a alocação de polos clássica.

Objetivando melhor avaliar o teste em questão, desenvolveu-se uma análise comparativa dos índices integrais relacionados à saída do sistema e ao esforço de controle, referentes a este teste, ISE (*Integral of Square Error*) e ISCS (*Integral of Square of Control Signal*), deve-se salientar que estes índices são obtidos apenas para as transições ocorridas no sistema, sendo este relativo apenas sobre variações sobre o ponto de operação. A Figura 8 apresenta os índices integrais ISE e ISCS, quando o sistema é submetido à carga nominal de 4Ω (vide Tabela I).

Verifica-se na Figura 8, que o controlador projetado pela metodologia proposta, obteve melhor desempenho quando comparado à metodologia de alocação de polos clássica, para a estrutura PI de controlador, de modo que minimizou tanto o ISE do erro na saída do sistema, quanto o esforço de controle.

A Figura 9 apresenta a superfície de desempenho para os índices integrais quando o sistema é submetido a diversas cargas, inicialmente na presença do controlador PI projetado pela metodologia clássica de alocação de polos, em seguida pelo controlador projetado pela metodologia proposta.

Verifica-se na Figura 9, que quando o sistema é submetido a uma variação paramétrica de carga, o controlador projetado pela metodologia clássica perde desempenho. Observa-se que a variação, provoca um considerável afastamento do ponto de operação do projeto. Em contraste, observa-se que a metodologia proposta, mostrou-se menos susceptível à variação paramétrica introduzida. Isso pode ser concluído,

observando-se que a superfície de desempenho se aproxima de um plano constante (Figura 9(b)).

Dessa forma, pode-se considerar que, para as variações paramétricas consideradas, o controlador projetado pela metodologia robusta proposta, conseguiu garantir a estabilidade robusta do sistema para toda a região de incertezas. Além disso, o desempenho robusto foi assegurado observando a menor suscetibilidade do controlador robusto, o qual apresentou menor perda de desempenho em comparação, com a considerável perda de desempenho sofrida pelo controlador projetado pelo método clássico.

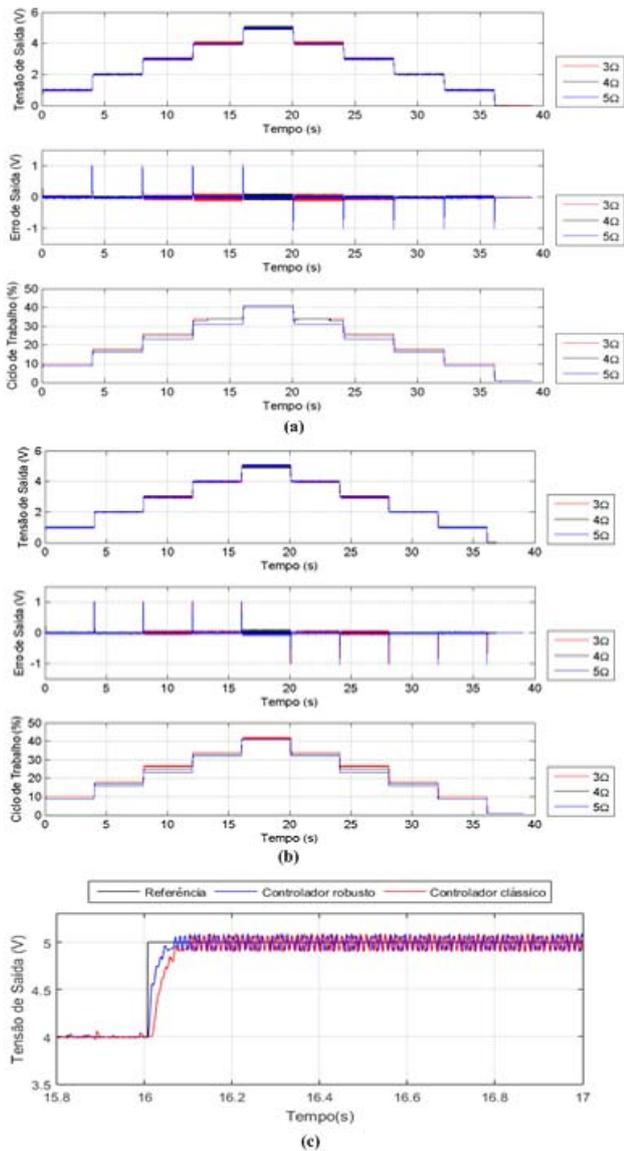


Fig. 7. Variação do *setpoint* na presença do controlador PI. (a) Método clássico do projeto de alocação de polos. (b) Método proposto de projeto de controladores. (c) Zoom e comparativo entre as técnicas de controle.

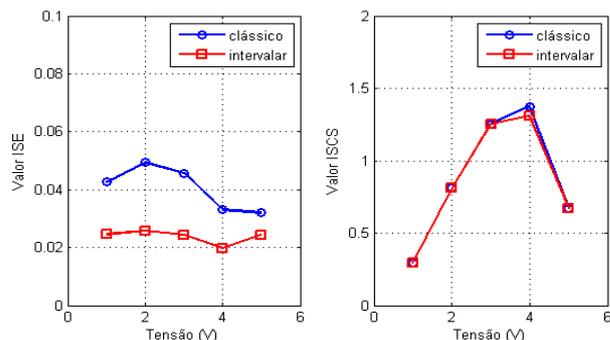


Fig. 8. Índices integrais do teste de variação de *setpoint* para o controlador PI com carga de 4Ω .

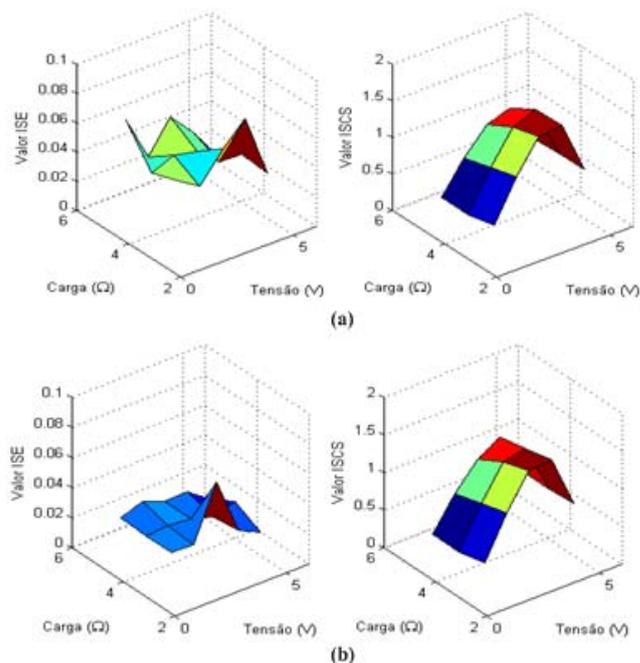


Fig. 9. Superfície de desempenho do sistema na presença de controlador PI. (a) Método clássico do projeto de alocação de polos. (b) Método proposto de projeto de controladores.

B. Teste de Mudança de *Setpoint* para a Estrutura PID

Para a realização do segundo teste, modificou-se a estrutura do controlador utilizado, em seguida aplicaram-se as mesmas condições que o teste anterior. A Figura 10 apresenta a tensão de saída, o erro e o ciclo de trabalho, inicialmente na presença do controlador PID projetado pelo método clássico de alocação de polos, em seguida pelo método robusto proposto.

Verifica-se na Figura 10, que ambos os controladores conseguem atender as especificações desejadas, entretanto o controlador projetado pelo método proposto apresenta menor amplitude de variação da tensão, verificou-se também que a resposta do controlador proposto é mais rápida em comparação a alocação de polos clássica.

A Figura 11 apresenta os índices integrais ISE e ISCS, quando o sistema é submetido à carga nominal de 4Ω (vide Tabela I).

Verifica-se na Figura 11, que o controlador projetado pela metodologia robusta proposta, obteve melhor desempenho, quando comparado à metodologia de alocação de polos

clássica, considerando a estrutura PID de controlador, de modo que este minimizou tanto o erro na saída do sistema, quanto o esforço de controle.

A Figura 12 apresenta a superfície de desempenho para os índices integrais, quando o sistema é submetido a diversas cargas, inicialmente na presença do controlador PID projetado pela metodologia clássica de alocação de polos, em seguida pelo controlador projetado pela metodologia robusta proposta.

Na Figura 12 apresentam-se as superfícies de desempenho, quando o sistema é submetido a uma variação paramétrica. Nota-se que o controlador clássico, perde desempenho e apresenta um maior esforço de controle. Em contraste, quando se utiliza o controlador projetado pela metodologia robusta proposta, verifica-se que o desempenho é mantido em condições satisfatórias, mesmo quando o sistema é submetido a uma variação paramétrica, ratificando deste modo a aplicabilidade da metodologia proposta, quando o sistema apresentar incertezas paramétricas.

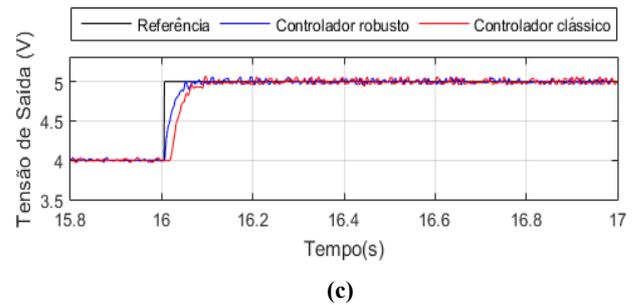
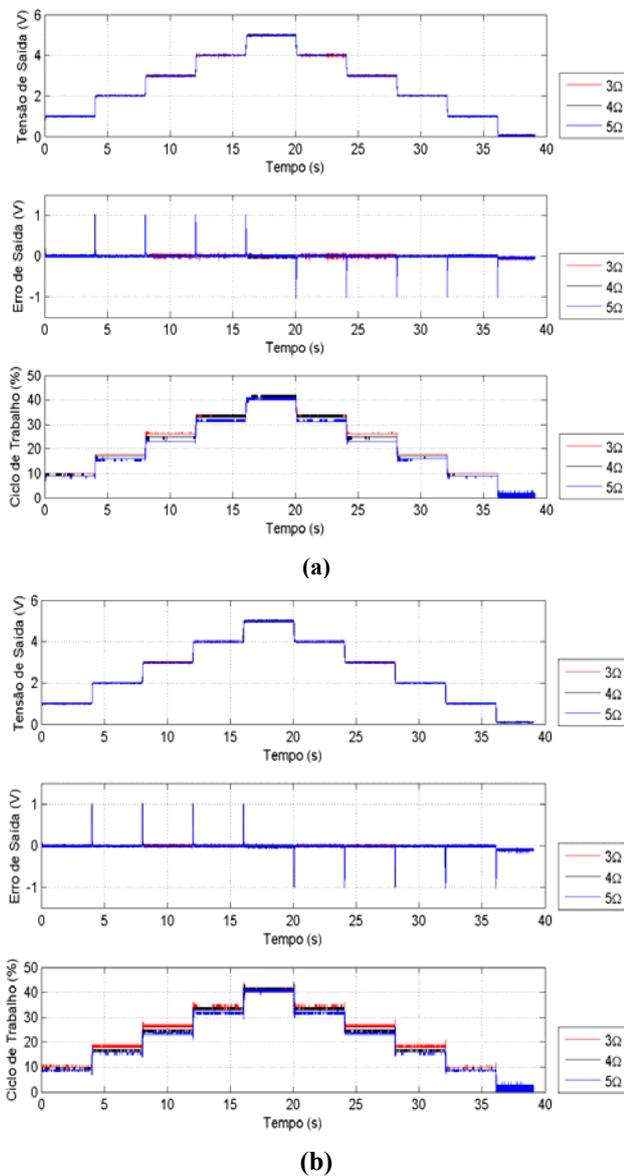


Fig. 10. Variação da tensão de saída do conversor na presença do controlador PID. (a) Método clássico do projeto de alocação de polos. (b) Método proposto de projeto de controladores. (c) Zoom e comparativo entre as técnicas de controle.

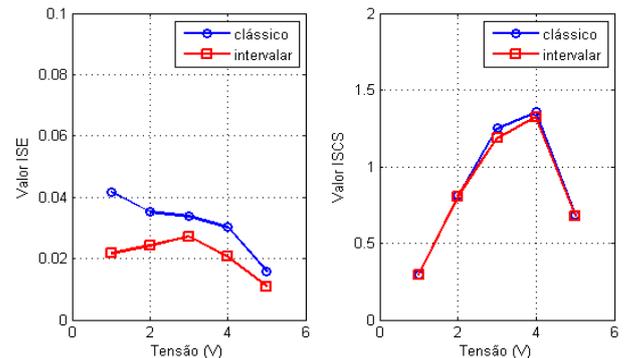


Fig. 11. Índices integrais do teste de variação de *setpoint* para o controlador PID com carga de 4Ω.

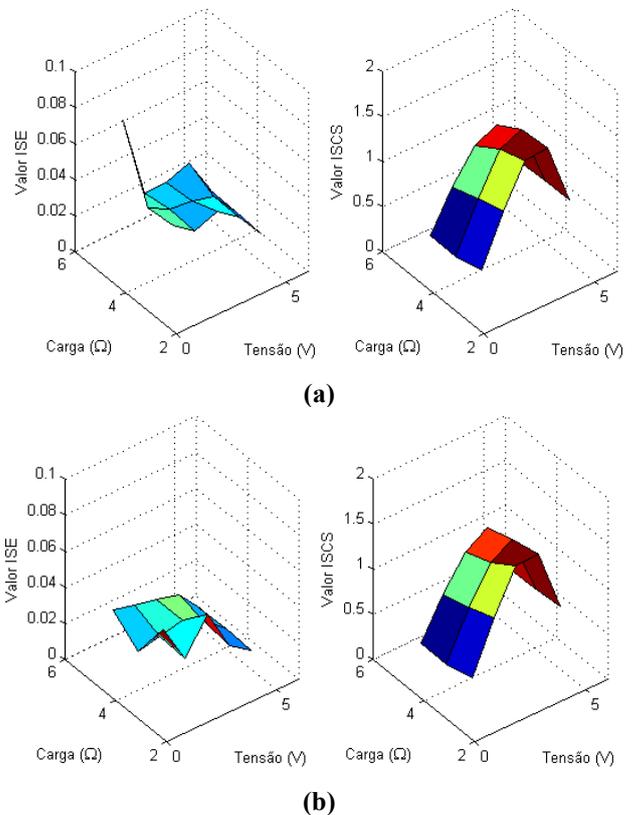


Fig. 12. Superfície de desempenho do sistema na presença de controlador PID. (a) Método clássico do projeto de alocação de polos. (b) Método proposto de projeto de controladores.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a UFPA, UFAM, IFAM, CNPq, CAPES, FAPEAM pelo suporte na realização deste trabalho.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi desenvolvida uma investigação experimental de um projeto robusto de controlador aplicado a um conversor CC-CC *Buck*, quando este for submetido a incertezas paramétricas. Foram realizados testes experimentais no conversor, de modo a proporcionar variações nos parâmetros da planta, estas variações são estabelecidas com a aplicação de incertezas, objetivando avaliar o controlador projetado, quando o sistema encontra-se as vizinhanças do ponto de operação ao qual o controlador foi projetado. O controlador projetado pelo método robusto proposto apresentou melhor desempenho, em comparação à metodologia clássica de projeto de controladores via alocação de polos, quando submetido à mudança do ponto de operação decorrente da variação paramétrica aplicada no sistema. Verificou-se, que quando o sistema afasta-se de seu ponto operacional, o controlador projetado pela metodologia clássica tem seu desempenho diretamente afetado, enquanto que o controlador projetado pela metodologia proposta mantém seu desempenho, dentro de uma faixa razoável de operação, ratificando sua eficiência e eficácia, justificando deste modo a aplicação da técnica proposta e a contribuição deste estudo. Com o intuito de garantir a estabilidade robusta do controlador projetado pela metodologia proposta, investigou-se por meio do diagrama de Nyquist, que o sistema na presença do controlador robusto é robustamente estável, para toda a faixa de incertezas considerada, verificou-se que o mesmo apresentou margens de ganho infinitas, enquanto que as margens de fase se mostraram bastante reduzidas. Os autores estão investigando esse aspecto para reportar em futuros artigos.

REFERÊNCIAS

- [1] M. K. Kazimierczuk, *Pulse-width modulated DC-DC power converters*, Wiley, Dayton. Ohio, EUA, 2008.
- [2] W. Hernandez, “Robust Control Applied to Improve the Performance of a Buck-Boost Converter”, *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, Issue 6, vol. 7, Junho 2008.
- [3] H. Guldemir, “Study of Sliding Mode Control of DC-DC Buck Converter”, *Energy and Power Engineering*, vol. 3, pp. 401 – 406, 2011.
- [4] H. Komurcugil, “Adaptive terminal sliding-mode control strategy for DC-DC buck converters”, *ISA Transactions*, Vol. 51, Issue 6, pp. 673 – 681, Nov. 2012.
- [5] M. Biswal, *Control Techniques for DC-DC Buck Converter with Improved Performance*, Dissertação de Mestrado, National Institute of Technology Rourkela. Mar. 2011, Orissa, Índia.
- [6] R. Silva-Ortigoza, V. M. Hernández-Guzmán, M. Antonio-Cruz, D. Muñoz-Carrillo, “DC-DC Buck Power Converter as a Smooth Starter for a DC Motor based on a Hierarchical Control”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, n° 2, Fevereiro 2013.
- [7] L. A. Maccari Junior, V. F. Montagner, “A Linear Quadratic Control Applied to Buck Converters with H-Infinity constraints”, in *Proc. Of COBEP 2013*, pp. 339 – 344, Brazilian Power Electronics Conference, Gramado – RS 2013.
- [8] L. A. Maccari Junior, R. L. Valle, A. A. Ferreira, P. G. Barbosa, V. F. Montagner, “A LQR Design With Rejection Of Disturbances And Robustness To Load Variations Applied To A Buck Converter”, *Eletrônica de Potência – SOBRAEP*, vol. 21, n° 1, pp. 007 – 015, Fevereiro 2016.
- [9] S. Sumsurooah, M. Odavic, S. Bozhko, Boroyevich, Dushan, “Robust Stability Analysis of a DC/DC Buck Converter Under Multiple Parametric Uncertainties”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, n° 6, Junho 2018.
- [10] R. L. P. Medeiros, W. Barra Jr., I. V. Bessa, J. E. Chaves Filho, F. A. C. Ayres Jr., C. C. Neves, “Robust decentralized controller for minimizing coupling effect in single inductor multiple output DC-DC converter operating in continuous conduction mode”, *ISA Transactions*, vol. 73, Fevereiro 2018.
- [11] D. R. Espinoza-Trejo, E. Bárcenas-Bárcenas, D. U. Campos-Delgado, C. H. De Angelo, “Voltage-Oriented Input-Output Linearization Controller as Maximum Power Point Tracking Technique for Photovoltaic Systems”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, n° 6, Junho 2015.
- [12] C. A. Costa, M. C. Gomes, F. J. Costa Jr., W. Barra Jr., J. A. L. Barreiros, “Controle Robusto com Incerteza Paramétrica para um Estabilizador de Sistema de Potência Implementado em um Sistema de Geração de 10 kVA”, in *Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Math.*, Vol. 1, n° 1, 2013.
- [13] S. P. Battacharyya, L. H. Keel, “Robust Stability and Performance with fixed-order controllers”, *Automatica*, vol. 35, Issue 10, pp. 1717 - 1724, 1999.
- [14] B. R. Barmish, *New Tools for Robustness of Linear Systems*, Macmillan Coll Div, 1993.
- [15] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, *Power Electronics: converters, applications, and design*, John Wiley & Sons, 2ª Edição, Nova Iorque, 1995.
- [16] D. W. Hart, *Eletrônica de Potência: análise e projetos de circuitos*, New York: McGraw-Hill, 2011. Porto Alegre: AMGH, 2012.
- [17] S. P. Battacharyya, L. H. Keel, H. Chapellat, *Robust Control: the Parametric Approach*, Prentice-Hall, 1995.
- [18] A. D. S. Lordelo, *Análise e projeto de controladores robustos por alocação de polos via análise intervalar*, Tese de Doutorado, UNICAMP, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Campinas, 2004.
- [19] A. D. S. Lordelo, P. A. V. Ferreira, “Análise intervalar e projeto de controladores robustos via programação alvo”, *SBA Controle & Automação*, vol. 16, n° 12, 2005.
- [20] K. J. Astrom, T. Hagglund, *Advanced PID Control*, International Society of Automation, 2005.

- [21] I. D. Landau, G. Zito, *Digital Control Systems: Design, Identification and Implementation*, Springer Verlag-London, 2005.

DADOS BIBLIOGRÁFICOS

Renan Landau Paiva de Medeiros, recebeu o título de Engenheiro Eletricista pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 2013, e de Mestre e Doutor em Engenharia Elétrica pela UFPA em 2014 e 2018, respectivamente. Desde 2016 é professor adjunto na Universidade Federal do Amazonas (UFAM) onde participou da fundação do Grupo de pesquisa e-CONTROLS. Seus interesses incluem modelagem e controle de conversores de potência, controle robusto, controle multivariável robusto, automação e controle de processos industriais, modelagem e controle aplicado a sistemas elétricos de potência e *microgrids*.

Duaymy Bruno Rodrigues Góes, recebeu o título de Engenheiro Eletricista pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 2017, Seus interesses incluem modelagem e controle de conversores de potência, controle robusto.

Florindo Antônio de Carvalho Ayres Junior, recebeu o título de Engenheiro Eletricista e Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 2013 e 2014, respectivamente. Desde 2017 é professor na Universidade Federal do Amazonas (UFAM) onde participa do Grupo de pesquisa e-CONTROLS. Seus interesses incluem modelagem e controle de conversores de potência, automação e controle de processos industriais, controle robusto, controle de ordem fracionária, dinâmica e controle aplicado a sistemas elétricos de potência.

Walter Barra Junior, recebeu o título de Engenheiro Eletricista, Mestre e Doutor pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 1991, 1997 e 2001, respectivamente. Atualmente é professor associado na Universidade Federal do Pará (UFPA). Seus interesses incluem modelagem e controle de sistemas elétrico de potência, automação e controle de processos industriais, controle robusto, dinâmica e controle aplicado a sistemas elétricos de potência, controle robusto.

Cleonor Crescêncio das Neves, possui formação em matemática pela Universidade Federal do Amazonas (UFAM) em 1997, recebeu o título de Engenheiro Eletricista pela Universidade Federal do Amazonas em 2010 e Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 2011. Atualmente é professor no Instituto Federal do Amazonas (IFAM), é membro sênior do IEEE e da SBA, participa do Grupo de pesquisa e-CONTROLS. Seus interesses incluem modelagem e controle de conversores de potência, automação e controle de processos industriais, controle robusto, dinâmica e controle aplicado a sistemas elétricos de potência.

Erick Melo Rocha, recebeu o título de Engenheiro Eletricista e Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Pará (UFPA) em 2010 e 2012, respectivamente. Seus interesses incluem modelagem e controle de conversores de potência, automação e controle de processos industriais, controle robusto, controle aplicado a sistemas elétricos de potência, detecção e diagnóstico de faltas.